

## C u p r i n s

●	Lucrarea	1. STRUCTURA MECANISMELOR.....	1
●	Lucrarea	2. TRĂDUCTOARE DE VITEZA UNGHIULARA.....	8
●	Lucrarea	3. ANALIZA CINEMATICA ASISTATA DE CALCULATOR A MECANISMELOR ARTICULATE DE CLASA A DOUA.....	13
●	Lucrarea	4. DETERMINAREA EXPERIMENTALA A PARAMETRILOR CINEMA- TICI AI MECANISMULUI ARTICULATIEI UNIVERSALE.....	20
●	Lucrarea	5. DETERMINAREA EXPERIMENTALA A LEGILOR DE MISCARE LA MECANISMELE CU CAMA.....	26
	Lucrarea	6. CINEMATICA MECANISMELOR CU ELEMENTE DINTATE.....	33
●	Lucrarea	7. DETERMINAREA UNGHIULUI DE PRESIUNE CRITIC PENTRU CUUPLELE DE TRANSLATIE.....	46
●	Lucrarea	8. ANALIZA CINETOSTATICA PE GRUPE CINEMATICE A MECA- NISMELOR CU BARE.....	54
+	Lucrarea	9. DETERMINAREA EXPERIMENTALA A MOMENTULUI DE TORSI- UNE LA ARBORELE UNUI MECANISM CU CAMA.....	64
+	Lucrarea	10. DETERMINAREA RANDAMENTULUI MECANIC LA MECANISME CU ELEMENTE DINTATE.....	68
○	Lucrarea	11. DETERMINAREA RANDAMENTULUI MECANIC AL UNUI MECA- NISM SURUB-PIULITA.....	77
+	Lucrarea	12. ECHILIBRAREA SI BALANSAREA ROTORILOR.....	82
●	Lucrarea	13. STUDIUL INFLUENTEI VOLANTULUI ASUPRA UNIFORMITATII MISCĂRII UNUI AGREGAT.....	91
●	Lucrarea	14. STUDIUL MISCĂRII UNUI AGREGAT IN REGIM TRANZITORIU....	97
●	Lucrarea	15. GENERAREA PROFILELOR EVOLVENTICE ALE DINTILOR ROTIILOR DINTATE.....	105
●	Lucrarea	16. STUDIUL EXPERIMENTAL AL CARACTERISTICILOR UNUI REGULATOR.....	114
S	Lucrarea	17. SINTEZA PATRUPOZITIONALA A MECANISMELOR CU BARE PE BAZA CERCURILOR SUPT.....	120

LUCRAREA Nr.1

STRUCTURA MECANISMELOR

1.1. Scopul lucrării este însușirea de către studenți a metodologiei de analiză structurală a mecanismelor.

1.2. Noțiuni teoretice generale

Elementul este o piesă sau un grup de piese (corpuri) care formează un ansamblu teoretic nedeformabil, cu mișcări bine determinate în raport cu alte entități similare. În tabelul 1.1 sunt prezentate schematizat cele mai uzuale tipuri de elemente.

Tabelul 1.1

Denumire	Simbol	Denumire	Simbol	Denumire	Simbol
Element binar		Lamă plană în mișcare de rotație		Lamă plană în mișcare de translație	
Element ternar		Roată dințată cilindrică		Roată dințată conică	
Lamă cilindrică concavă					

Cupla cinematică este legătura mecanică mobilă a două elemente. Cuplele cinematice se categorisesc în clase. Clasa "1" a unei cuple cinematice este dată de numărul gradelor de libertate suprimate în mișcarea relativă a celor două elemente care intră în componența ei. În tabelul 1.2. sunt prezentate cele mai uzuale tipuri de cuple cinematice.

Tabelul 1.2.

Clasa	III		IV		V		
Denumire	Patină spațială	Articulația sferică (sferică)	Cupla cilindrică (rolantă)	Cupla plană superioară	Cupla de rotație	Cupla de translație	Cupla elicoidală (surub-piuliță)
Simbolizarea cuplei cinematice							

Cuplele cinematice se numesc inferioare (clasa V) dacă contactul teoretic al celor două zone de contact se realizează după o suprafață și superioare (classa I, II, și IV) dacă con-

tul este linear sau punctiform.

O cuplă cinematică are gradul "r" de multiplicitate (și trebuie considerată de atâtea ori în formulele structurale) dacă în punctul figurativ al acesteia concurează un număr de "k+1" elemente.

După numărul cuplelor cinematice în compunerea cărora intră, elementele se clasifică după rang: elemente binare (cu participarea la două cuple cinematice - rang 2), elemente ternare (rang 3), etc.

Lanțul cinematic reprezintă o grupare de elemente legate între ele prin cuple cinematice.

Un lanț cinematic poate fi închis, dacă se realizează un contur închis compus din elemente și cuple cinematice, sau deschis, dacă această condiție nu este îndeplinită. De asemenea, lanțul cinematic se numește simple, dacă are în compunerea sa numai elemente binare, sau complex, dacă conține cel puțin un element de rang mai mare decât 2.

Mecanismul este o parte a unei mașini sau a unui aparat, având rolul de transmitere/transformare a mișcării și forței. Mecanismul se poate defini ca fiind un lanț cinematic, având element fix și unul sau mai multe elemente conducătoare (de intrare sau motoare) funcție de care toate celelalte elemente au mișcări bine determinate.

Schema cinematică este reprezentarea convențională în desen a elementelor, cuplelor, mecanismelor și lanțurilor cinematice, cu respectarea dimensiunilor geometrice caracteristice ale elementelor acestora.

Schema structurală este reprezentarea schematizată a modului de legare a elementelor prin intermediul cuplelor cinematice la un mecanism dat, fără să se ia în considerare dimensiunile geometrice ale elementelor și forma cuplelor cinematice.

Familia unui mecanism este dată de numărul mișcărilor simple sau suprimate, prin construcție, tuturor elementelor mecanismului (adică numărul restricțiilor de mișcare comune tuturor elementelor).

Gradul de libertate al unui lanț cinematic este numărul mișcărilor simple de translație/rotație pe care le poate efectua acesta de-a lungul/in jurul celor trei axe de coordonate perpendiculare între ele, ale unui sistem de referință exterior lanțului.

Gradul de mobilitate al unui mecanism de familia "f" se calculează cu relația:

$$M = (6-f) \cdot (n-1) - \sum_{i=f+1}^5 (i-f) \cdot c_i \quad (1.1)$$

Pentru mecanismele fără nici o restricție (familia zero) gradul de mobilitate este:

$$M = 6(n-1) - \sum_{i=1}^5 i \cdot c_i \quad (1.2)$$

iar pentru mecanismele plane și cele sferice ( $f=3$ ):

$$M = 3(n-1) - 2 \cdot c_5 - c_4 \quad (1.3)$$

În cazul în care apar legături pasive și grade de libertate de prisos (mişcări independente) atunci gradul real de mobilitate se calculează cu relația:

$$M_r = M - \sum L_p - \sum L_{id} \quad (1.4)$$

în care:

-  $M$  este gradul de mobilitate calculat anterior;

-  $\sum L_p$  este suma gradelor de libertate a legăturilor pasive, pentru determinarea cărora se analizează mișcarea relativă a două elemente între care se interpun mai multe lanțuri cinematice de legătură (conexiuni). Sunt pasive, acele legături a căror funcționare cinematică a fost realizată și de altele.

$$L_p = 3 \cdot n_p - 2 \cdot C_{5p} - C_{4p} \quad (1.5)$$

unde: " $n_p$ ,  $C_{5p}$ ,  $C_{4p}$ " sunt, respectiv, numărul elementelor al suplelor de clasă a V-a, a IV-a, care compun lanțul cinematic pasiv.

-  $\sum L_{id}$  este suma mișcărilor simple independente, de prisos, ce se determină considerând fixe toate elementele mecanismului, mai puțin unul (pe rând), și analizând numărul mișcărilor simple posibile pe care le poate executa acesta.

Un mecanism se numește desmodrom (d.p.d.v. geometric) dacă gradul său de mobilitate este egal cu numărul elementelor conducă-

$$H = n_m \quad (1.6)$$

unde  $n_m$  este numărul elementelor conducătoare (de intrare sau motoare).

Desmodromia se realizează ca urmare a unor constrângeri de mișcare impuse în mișcare relativă a elementelor. Totalitatea mijloacelor prin care se realizează aceste constrângeri de mișcare poartă numele de conexiuni.

O conexiune (geometrică) este un lanț cinematic deschis care se interpune între două elemente cu mișcare relativă cunoscută sau impusă. În tabelul 1.3 sunt prezentate tipurile uzuale de conexiuni întâlnite în mecanismele plane.

Tabelul 1.3

Tipul conexiunii	Nr. $n_k$	Cuple cinematice		Schema cinematică a conexiunii	$L_k$ (grade de libertate al cuplei)	Notare
		Nr.	Clasa			
A	0	1	$C_{5k} = 1$		-2	$k_A(-2)$
			$C_{4k} = 1$		-1	$k_A(-1)$
B	1	2	$C_{5k} = 2$		-1	$k_B(-1)$
			$C_{5k} = 1$		0	$k_B(0)$
			$C_{4k} = 1$			
C	2	3	$C_{5k} = 3$		0	$k_C(0)$
			Oarecare		$L_k$	$k_C(-k)$

$$L_k = 3 \cdot n_k - 2 \cdot C_{5k} - C_{4k} \leq 0 \quad (1.7)$$

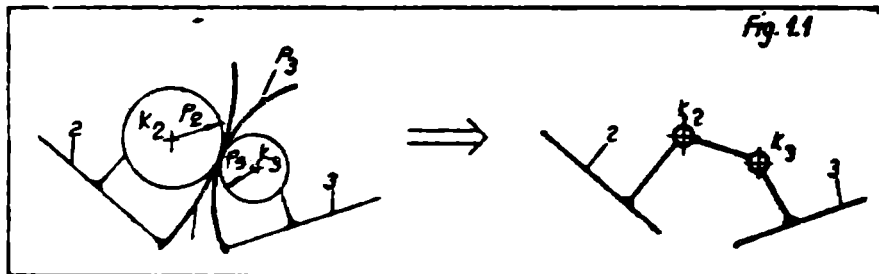
unde: " $n_k, C_{5k}, C_{4k}$ " sunt, respectiv, numărul elementelor, al cuplelor de clasa a V-a, a IV-a, care compun conexiunea analizată.

Împărțirea unui mecanism în conexiuni nu este unică întrucât: conexiunile de tip C/B pot fi și ele la rândul lor împărțite în conexiuni de tipul B/A și elemente. După efectuarea împărțirii în conexiuni, gradul de mobilitate al mecanismului se poate calcula prin însumarea gradelor de libertate ale conexiunilor ( $L_k$ ) al

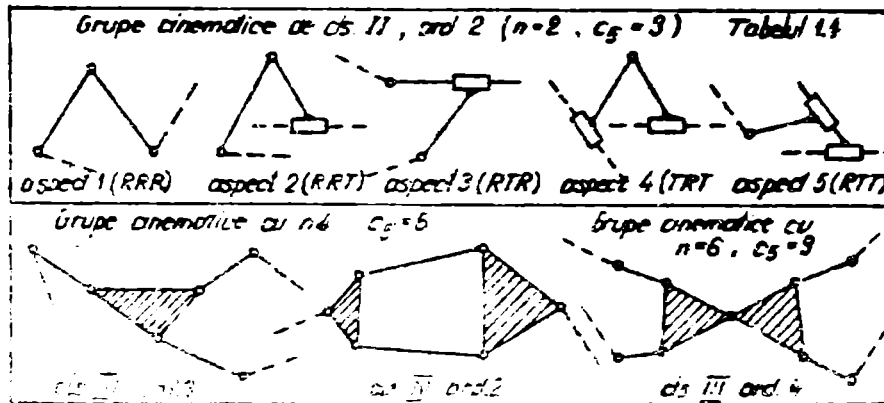
gradelor de libertate de prisoare ( $\sum L_{id}$ ), al gradelor de libertate al legăturilor pasive ( $\sum L_p$ ) și al gradelor de libertate ale elementelor rămase necuprinse în conexiuni ( $n$ ):

$$M = \sum L_r - \sum L_{id} - \sum L_p + (6-f) \cdot (n-1) \quad (1.8)$$

Grupa cinematică (structurală sau Assur) este lanțul cinematic deschis conținând numai cuple cinematice inferioare, cel mai simplu, cu grad de libertate nul (adică o conexiune de tip  $K_c(0)$ ). În vederea obținerii unui mecanism înlocuitor format doar din cuple cinematice inferioare se procedează la înlocuirea instantaneu-isocinetică a conexiunilor de tip  $K_{A(-1)}$  cu conexiuni de tipul  $K_{B(-1)}$ . În figura 1.1. este prezentat un exemplu de înlocuire instantaneu - isocinetică a unei conexiuni de tip  $K_{A(-1)}$  cu o conexiune de tipul  $K_{B(-1)}$ .



Grupele cinematice se categorisesc în clase și ordine tabelul (1.4).



Clasa unei grupe cinematice este dată de numărul vârfurilor conturului poligonal cel mai complex conținut în grupa, iar ordinul este dat de numărul cuplelor cinematice potențiale, de legătură ale grupei cu restul mecanismului.

Un mecanism se consideră de clasă și ordinul grupei cinematice celei mai complexe din compunerea sa. Mecanismele având aceeași clasă/ordin, implică metode comune de analiză cinematică/cinestatică.

Avaliza structurală a unui mecanism se face în scopul cunoașterii alcătuirii acestuia din elemente și cuple cinematice, din conexiuni și grupe cinematice. Împărțirea în grupe cinematice este unică.

Pentru analiza structurală a unui mecanism se parcurg următoarele etape:

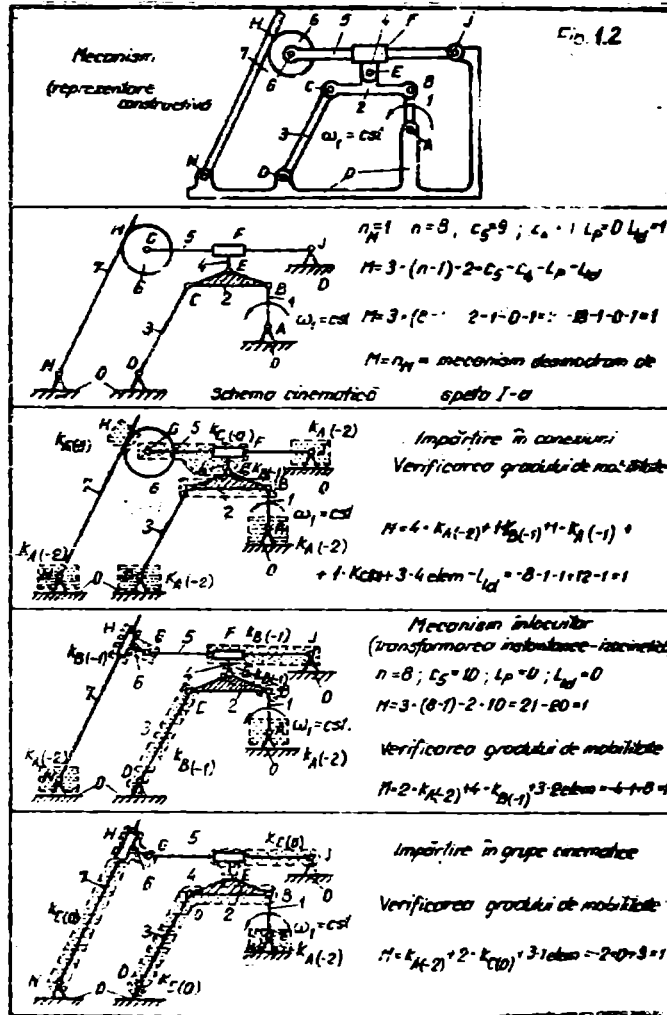
- se întocmește schema cinematică a mecanismului analizat (notând elementele cu cifre arabe și cuplele cu litere latine majuscul)
- se identifică (și se consideră ca stare în calcule) particularitățile de aplicare a formulelor structurale (cuple multiple, lanțuri cinematice pasive, mișcări independente);
- se identifică elementele motoare conduse;
- se identifică familia mecanismului;
- se calculează gradul de mobilitate și se concluzionează asupra desmodromiei mecanismului real;
- se efectuează înlocuirile instantaneu izocinetice;
- se identifică noile elemente și cuple introduse;
- se calculează gradul de mobilitate și se concluzionează asupra desmodromiei mecanismului instantaneu izocinetic;
- pe schema cinematică a mecanismului real se face o împărțire în conexiuni;
- pe schema cinematică a mecanismului instantaneu izocinetic se identifică (prin conturare) mecanismul motor (elementul motor, elementul fix și cupla cinematică motoare) și grupele cinematice de clasă a II-a, pornind dinspre elementul condus final spre elementul motor. Dacă în contururi nu sunt incluse toate elementele și cuplele se repetă detașarea unor grupe de clasă superioare până rezultă acest deziderat;
- se întocmesc schemele structurale pentru mecanismul real și mecanismul instantaneu izocinetic;
- se concluzionează asupra clasei și ordinului mecanismului.

1.3. Mersul lucrării și prelucrare datelor experimentale

Pentru un număr de mecanisme, se vor parcurge următoarele etape:

- se notează denumirea mecanismelor analizate;
- se va stabili și descrie succint modul de funcționare al fiecărui mecanism, în parte;
- se procedează la efectuarea analizei structurale a mecanismelor (etapele fiind prezentate în paragraful anterior).

În figura 1,2 este prezentat un exemplu de analiză structurală a unui mecanism.





LUCRAREA Nr.2

TRADUCTOARE DE VITEZA UNGHIULARA

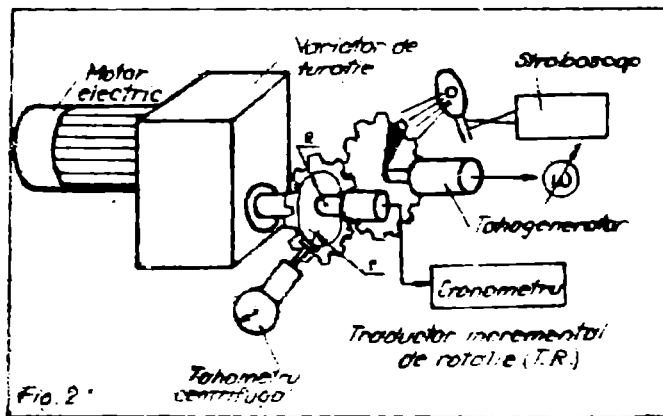
2.1. Scopul lucrării este de a realiza cunoașterea principiilor de funcționare/construcție/etalonare a traductoarelor de viteză unghiulară, precum și familiarizarea cu metodele de măsurare a acesteia.

Mijloacele de măsurare care permit o redare (citire) directă a vitezei unghiulare medii, sunt cunoscute sub denumirea de tahometre. În ipoteza că interesează viteza unghiulară momentană, în cadrul acestei instalații este posibil de determinat și acest lucru (pornind de la relația de definiție). După principiul de funcționare aparatele pot fi mecanice, electrice, electronice, mecano-optice și electro-mecanice.

2.2. Echipamentul experimental

Pentru studiul traductoarelor se utilizează montaje ale căror secționări permit reglarea continuă în limite largi a vitezei unghiulare (frecvenței mișcării de rotație). Montajul din fig.2.1. este echipat cu un ansamblu moto-variator (motor asincron monofazat - variator tip FIV 2 cu lanț) care asigură o variație a vitezei unghiulare la comanda manuală a operatorului.

Instalația utilizată pentru etalonare este formată dintr-un montaj tahometric format dintr-un traductor incremental de rotație (tip TIRO) și un cronometru electronic.



$$\omega = \frac{2\pi \cdot N}{T}$$

Viteza unghiulară se măsoară în acest caz pe cale indirectă, prin înregistrarea intervalului de timp  $\Delta t$  în [ms] pentru fiecare unghi de rotație  $\Delta\varphi = 7,2^\circ$  a arborelui de ieșire și înregistrarea acestora în memoria cronometrului. Viteza unghiulară se determină cu relația:

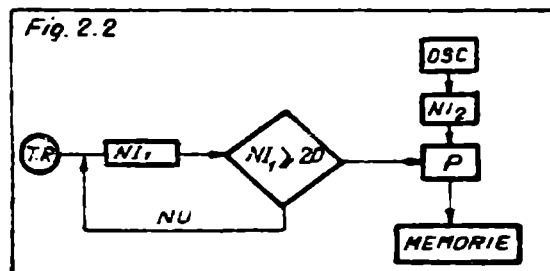
$$\omega_{med} = 10^3 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad [\text{rad/s}] \quad (2.1)$$

Principiul de funcționare al ansamblului tahometric (fig.2.2) este următorul: traductorul de rotație generează un impuls electric la fiecare rotație a arborelui cu unghiul  $d\varphi = 0,36^\circ$ . Numărul lor  $n_1$  se contabilizează de către numărătorul  $NI_1$ . Când  $n_1 = 20$ , unghiul de rotație al arborelui este  $\Delta\varphi = n_1 \cdot d\varphi = 7,2^\circ$ .

În acest moment se comandă deschiderea "porții" P.

Prin deschiderea acestei "porți" trece în memorie numărul de oscilații complete  $n_2$  ale oscilatorului OSC, contabilizat de numărătorul  $NI_2$  care funcționează sincron cu  $NI_1$ . Frecvența oscilatorului este calibrată la 1KHz astfel că perioada oscilației este  $T=1$  ms. Celor  $n_2$  oscilații le corespunde un timp:

$$\Delta t = n_2 \cdot T \quad [\text{ms}] \quad (2.2)$$



Această metodă permite inclusiv măsurarea unor viteze unghiulare mari și are avantajul că practic nu încarcă arborele a cărei viteză unghiulară se măsoară.

Tahometrul mecanic centrifugal, ce se etalenează funcționează pe principiul regulatorului centrifugal. În figura 2.3 a este arătată schema de principiu a tahometrului centrifugal, iar în figura 2.3 b schema funcțională.

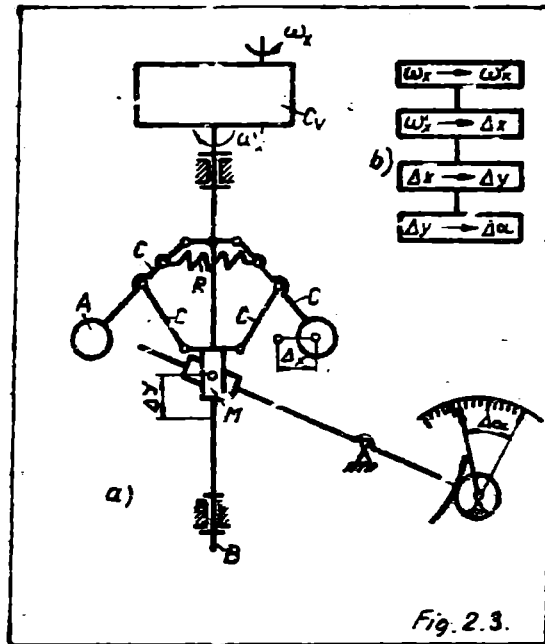


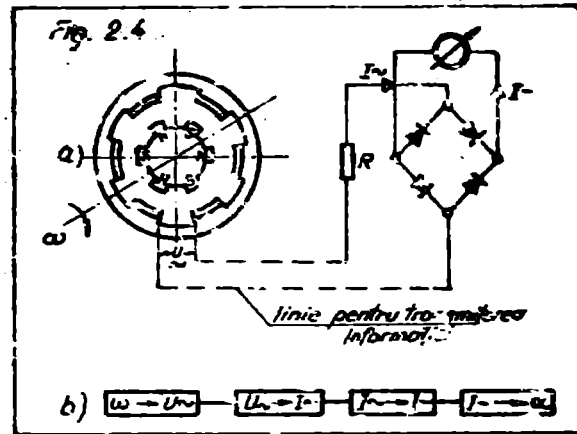
Fig. 2.3.

Masele sunt legate printr-un sistem de bare articulate C de manșonul cu ghidaj rectiliniu M. Prin rotirea arborelui B, masele A așezate simetric față de acesta se depărtează sub acțiunea forțelor centrifuge și deplasează manșonul M, care provoacă rotirea acului indicator în jurul punctului O.

Întreg sistemul se menține în echilibru relativ cu ajutorul forțelor elastice create de arcurile R. Pentru extinderea domeniului de măsurare între arborele B și arborele a cărui viteză unghiulară se măsoară este interpusă o cutie de viteză C\_V.

Tahogeneratorul este un microgenerator electric care asigură o dependență liniară între viteza unghiulară a rotorului și tensiunea indusă. Tahogeneratoarele pot fi de curent continuu sau de curent alternativ monofazat sau polifazat. Pentru indicarea semnalului, generatorului tahometric i se poate atașa un instrument de citire directă, etalonat direct în unități de viteză unghiulară sau de frecvență a mișcării de rotație (un voltmetru numeric, un frecvențmetru electronic sau un osciloscop atunci când este necesară înregistrarea în timp a variației vitezei unghiulare). În fig. 2.4 este prezentată schema de principiu a instalației de măsurare a vitezei

unghiulară cu traductor de tensiune iar în fig.2.4.b schema funcțională.



Stroboscopul este un aparat capabil să emită impulsuri luminoase de frecvență cunoscută reglabilă continuu.

Dacă un corp sau un reper se rotește cu o frecvență  $f_x$  necunoscută și este iluminat prin impulsuri de frecvență  $f_i$ , imaginea se va apare imobilă când este îndeplinită condiția:

$$f_x = k' \cdot f_i \quad [\text{Hz}] \quad (2,3)$$

La frecvența de iluminare sub 10 Hz imaginea obținută pâlpâie. Acest inconvenient poate fi înlăturat reglând stroboscopul pe o frecvență de iluminare  $f_i$  de  $k$  ori mai mare decât  $f_x$ . Pentru valori întregi ale factorului  $k$  imaginea corpului (reperului) apare multiplicată de  $k$  ori când există egalitatea:

$$kf_x = f_i \quad [\text{Hz}] \quad (2.4)$$

Pentru eliminarea nedeterminării din relația (2.4) la măsurare, când se cunoaște domeniul în care se încadrează  $f_x$ , se va porni de la multipli ai frecvenței  $f_x$ , (cel puțin două semne) coborând-o până la obținerea primei imagini stabile (un singur reper).

Stroboscopul cu toate sistemele electrono-optice prezintă avantajul că nu introduce cuplu rezistent în lanțul cinematic, în plus permite măsurarea vitezei unghiulare sau a frecvenței mișcării de rotație a elementelor greu accesibile. Dezavantajul metodei constă în imposibilitatea măsurării unor frecvențe de rotație mai mici de



LUCRAREA Nr.3

ANALIZA CINEMATICA ASISTATA DE CALCULATOR  
A MECANISMELOR ARTICULATE DE CLASA A DOUA

3.1. Scopul lucrării este de a realiza cunoașterea unei modalități de determinare a stării de mișcare a unor puncte sau elemente ale mecanismului cunoscând starea de mișcare a elementului de intrare. Prin starea de mișcare a unui punct se înțelege poziția, viteza și accelerația acestuia în raport cu un sistem cartezian de axe de coordonate cu originea, de obicei, în cupla conducătoare.

Analiza cinematică a mecanismelor se poate face prin metode grafo-analitice (metoda ecuațiilor vectoriale, metoda contururilor etc) sau prin metode analitice (programe bazate pe modele matematice compatibile cu mecanismul studiat). În cele ce urmează se face analiza cinematică a mecanismelor articulate, care conțin numai grupe cinematice de clasa a doua și au elementul motor rotativ adiacent celui fix, prin metode analitice.

3.2. Analiza cinematică a mecanismului

Mecanismul de studiat se împarte în grupe cinematice de clasa a doua, ordinul 2, care pot fi tratate independent (ex. figura 3.1). Grupa cinematică este lanțul cinematic deschis cu cuple cinematice inferioare, cel mai simplu, care adăugat sau scos dintr-un mecanism nu-i schimbă mobilitatea (a se vedea lucrarea 1).

Analiza cinematică a mecanismului începe cu elementul conducător și se continuă cu grupe cinematice legate de acesta, apoi cu celelalte grupe, într-o ordine unică care este și ordinea în care schema cinematică a mecanismului, poate fi desenată.

LUCRAREA Nr. 5

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A LEGILOR DE  
MISCARE LA MECANISMUL CU CAMĂ

5.1 Scopul lucrării este realizarea cunoșterii de către studenți, a echipamentelor și metodelor de analiză experimentală, a cinematicii mecanismelor cu camă.

5.2 Noțiuni generale

Starea de mișcare a unui punct, este exprimată de poziția, viteza și accelerația acestuia. Starea de mișcare a unui element dintr-un mecanism plan, este determinată de starea de mișcare a două puncte ale sale. Starea de mișcare a unui element dintr-un mecanism spațial, este determinată de starea de mișcare a trei puncte ale elementului.

În cazul în care cei trei parametri cinematici (poziția, viteza și accelerația) variază în timp, dependențele lor de parametrul independent (timpul) se numesc legi de mișcare (legea spațiului, legea vitezei sau legea accelerației).

Mecanismul cu camă poate fi definit, ca fiind un mecanism care conține un element profilat conducător - cama - ce transmite direct elementului condus - tachetul - o mișcare, univoc determinată de legea de mișcare, încorporată de profilul camii.

Mecanismele cu camă conțin trei elemente: elementul fix (batiul) elementul conducător (cama) care poate executa o mișcare de translație, rotație sau de oscilație și elementul condus (tachetul) care poate executa o mișcare de translație sau de oscilație. Legătura dintre camă și tachet se realizează printr-o cuplă cinematică superioară (conexiune  $K_A(-1)$ ) fiind în contact o suprafață profilată (cama) și o rolă, un vârf, un disc plan sau profilat (tachetul)

În cazul mecanismelor plane cu tachet în mișcare de translație, dacă direcția de translație trece prin cupla de rotație a camii, avem un mecanism cu camă centric, în caz contrar, avem un mecanism cu camă, excentric.

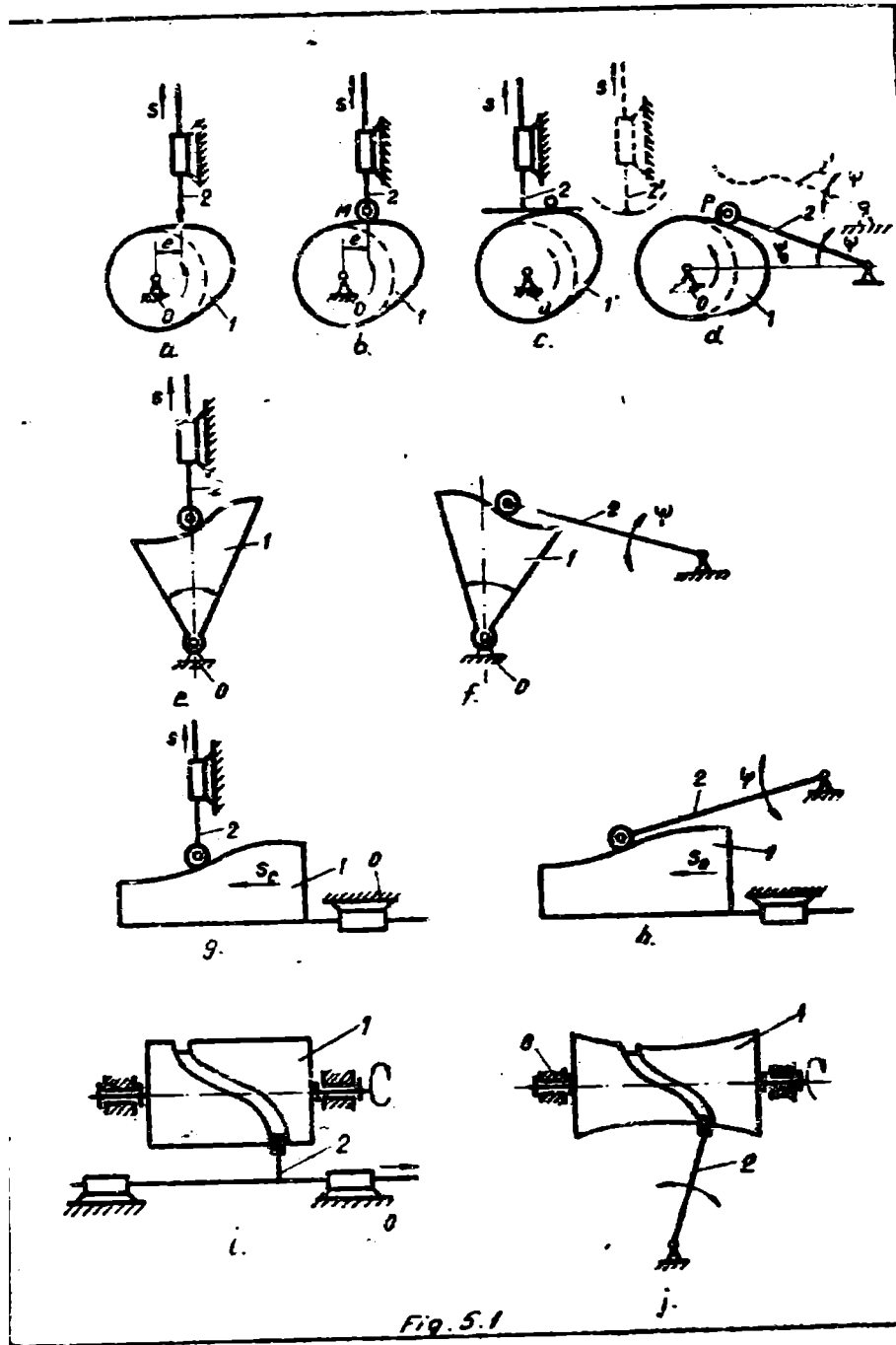


Fig. 5.1



În fig.5.1. se prezintă câteva tipuri reprezentative de mecanisme cu camă, pe baza cărora se poate face următoarea clasificare:

- a) - după tipul mișcării elementului conducător (cama)
  - mecanisme cu camă în mișcare de rotație (fig.5.1 a,b,c,d,i,j)
  - mecanisme cu camă în mișcare de oscilație (fig.5.1 e,f)
  - mecanisme cu camă în mișcare de translație (fig.5.1 g,h)
- b)-după tipul mișcării elementului condus (tachetul)
  - mecanisme cu tachet în translație (fig.5.1 a,b,c,e,g,i)
  - mecanisme cu tachet oscilant (fig.5.1 d,f,h,j)
- c)-după structură
  - mecanisme cu camă plană (fig.5.1 a,b,c,d,e,f,g,h)
  - mecanisme cu camă spațială (fig.5.1 i,j)
- d)-după tipul camii spațiale
  - mecanisme spațiale cu camă cilindrică (fig.5.1 i)
  - mecanisme spațiale cu camă globulară (fig.5.1 j)

Elementul conducător (cama) se află într-o mișcare de rotație/translație/oscilație în jurul/lungul unei axe fixe, în timp ce tachetul execută o mișcare de translație/oscilație. Mișcarea tachetului este caracterizată, din punct de vedere pozițional, prin parametrul -spațiu liniar-  $s$  (sau unghiular  $\Psi$ ) - din punct de vedere al vitezei, prin parametrul - viteza liniară,  $v$  (sau viteza unghiulară  $\dot{\Psi}$ ) - iar din punct de vedere al accelerației, prin parametrul - accelerație liniară,  $a$  (sau accelerație unghiulară  $\ddot{\Psi}$ ).

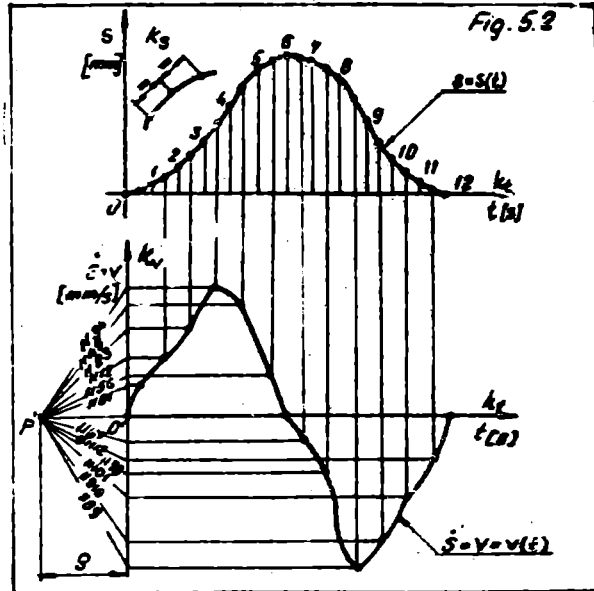
### 3. Derivarea grafică

Având dată dependența grafică,  $s=s(t)$  sau  $\Psi = \Psi(t)$  se poate determina curba(derivata)  $\dot{s}=v=v(t)$  sau  $\dot{\Psi}=d\Psi/dt = \dot{\Psi}(t)$  urmărind fig.5.2, cât și următoarea succesiune de operații:

a) se împarte prin punctele balustrate  $0,1,2,\dots,n$ , curba  $s=s(t)$  sau  $\Psi = \Psi(t)$ , în arce care să se apropie cât mai mult de coardele respective. În acest fel, înclinația coardei este aproximativ aceeași cu înclinația tangentei la curbă, în punctul din mijlocul arcului de curbă considerat (conform detaliului din fig.5.2, unde punctul aflat la jumătatea arcului este îngrosat)

b) se alege pe abscisa  $\dot{s}0't$  sau  $(\dot{\Psi}0't)$  așa cum se vede în figură, un punct  $P'$ , numit pol al derivării. Distanța acestuia la origine, - distanța polară - se alege în așa fel încât paralelele prin  $P'$  la coardele cele mai înclinate (mai apropiate de verticală) să intersecteze axa  $0's$  (sau  $0'\Psi$ ) în puncte convenabile - amplitudinea curbei  $s(t)=v(t)$  sau  $d\Psi/dt = \dot{\Psi}(t)$ , este tocmai distanța dintre

dintre aceste două puncte de pe  $O's$  sau  $O'\dot{\Psi}$ .



e) prin  $P'$  se duc paralele la coardele din sistemul  $sOt$ , (sau  $\Psi O't$ ) până la intersecția cu  $O's$  (sau  $O'\dot{\Psi}$ ). Din aceste puncte și din punctele aflate la jumătatea arcelor de pe curba dată, se duc paralele la sistemul de axe. La intersecțiile corespunzătoare a două câte două astfel de paralele, se găsesc puncte aparținătoare curbei  $\ddot{s}=\ddot{s}(t)=\dot{v}(t)$  (sau  $\ddot{\Psi}=\ddot{\Psi}(t)=\dot{\omega}(t)$ ) care poate fi astfel trasată. În punctele marginale, direcția tangentei, se aproximează după alțura curbei de derivat.

d) similar cu descrierea de mai sus, se poate trasa curba  $\ddot{s}(t)=\dot{v}(t)=a(t)$  (sau  $\ddot{\Psi}(t)=\dot{\omega}(t)=\dot{\epsilon}(t)$ ).

e) precizia metodei crește prin împărțirea curbei de derivat în arce cât mai mici.

f) având mărimile  $s/\psi$ , și  $t$ , reprezentate la scările  $k_s/k_\psi$ ,  $k_v$  și  $k_a$ , scările parametrilor  $\ddot{s}=\dot{v}=a$  (sau  $\ddot{\Psi}=\dot{\omega}=\dot{\epsilon}$ ), vor fi:

$$k_v = k_s / (k_t \cdot \dot{s}) \quad \text{sau} \quad k_{\dot{\Psi}} = k_\psi / (k_t \cdot \dot{s})$$

$$k_a = k_v / (k_t \cdot \dot{s}) \quad \text{sau} \quad k_{\dot{\omega}} = k_{\dot{\Psi}} / (k_t \cdot \dot{s})$$

Se reamintește că, scara unei mărimi fizice  $M$ , este definită în cadrul disciplinei de mecanisme în felul următor:

$$k_M = M/L$$

unde:  $M$  - valoarea reală a mărimii,  $M$ , măsurată în unități fundamentale de măsură;

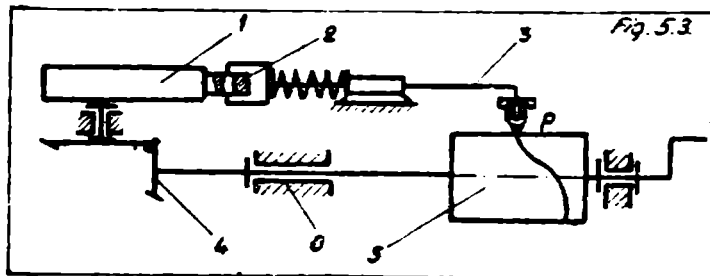
$L$  - lungimea segmentului care reprezintă mărimea  $M$ , pe desen (în unități fundamentale de măsură pentru lungime).

Definirea scării și scările determinate astfel, permit ușor exprimarea din curbele de viteză sau accelerație, a valorilor efective ale vitezei sau accelerației, în orice moment al ciclului cinematic.

#### 5.4 Instalația experimentală

##### 5.4.1 Instalație pentru studiul camelor plane

Standul din fig.5.3, conține un mecanism cu camă și tchet în mișcare de translație, având tchetul o rolă. Mecanismul este centric, fiind alcătuit din elementul conducător (cama 1), elementul condus (tchetul 3) prevăzut cu rola (2), având posibilitatea, de a schimba cama. Pe tchet este fixat un portcreion,  $P$ , care, înregistrează mișcarea tchetului pe hârtia fixată pe un tambur (5) antrenat direct, printr-o transmisie conică (4) de la axa de rotație a camei. Unghiul de rotație al tamburului este proporțional cu timpul, dacă viteza unghiulară este constantă. Axă absciselor diagramei, care va fi inscripționată de creion pe tambur, va fi axa timpului, iar axa ordonatelor va fi axa spațiului.



Scările diagramelor obținute vor fi:

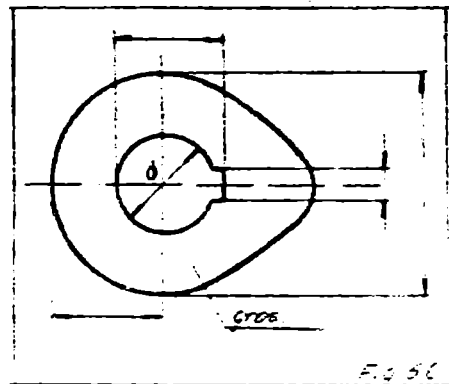
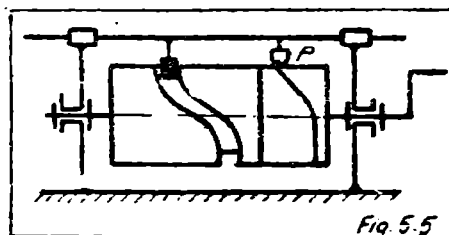
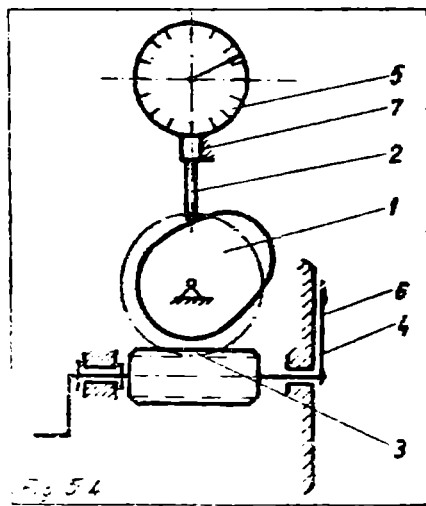
$$k_s = 1 \text{ mm/mm}, \quad k_t = T/l \text{ s/mm}$$

unde:  $T$  - perioada [s]  
 $l$  - lungimea exterioară a tamburului [mm]  
 $l = 2\sqrt{r}$ ,  $r$  - raza tamburului [mm]

Standul din fig.5.4, conține un mecanism cu camă și tchet cu vârf, în mișcare de translație. Mecanismul este centric, fiind compus dintr-un element conducător (cama 1) un element condus (tchetul 2 - tija comparatorului 5) un mecanism melc-roată melcată (3) și elementul fix (7). Pe cadranul (4) se citește unghiul  $\varphi_c$ , iar deplasarea  $s$ , a tchetului se citește direct pe cadranul comparatorului (5). Mecanismul poate fi studiat, montând came cu profil diferit.

#### 5.4.2 Instalație pentru studiul camelor spațiale

Standul din fig.5.5, folosește un mecanism cu camă cilindrică spațială în mișcare de rotație și tchet în translație. Creionul P, solidar cu tchetul, va trasa pe hârtia solidară cu cama, diagrama de variație a spațiului funcție de timp, întocmai ca în cazul standului descris în fig.5.3



### 5.5 Prelucrarea datelor experimentale

Antrenarea tuturor mecanismelor din standurile prezentate în fig.5.3, fig.5.4, fig.5.5, se face de la manivelele prevăzute în acest scop. Pentru fiecare mecanism luat în studiu, se va completa o fișă, conținând următoarele:

a) denumirea, schema cinematică, dimensiunile elementelor mecanismului (pentru mecanismul cu camă plană se completează dimensiunile camii, conform fig.5.6);

b) tabelul cu rezultatele măsurărilor (Tabel 5.1)

Tabel 5.1

Parametrul de intrare	$\varphi_c [^\circ]$ $s_c [mm]$	0	10	20	...	350	360
Timp ptr. $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$	$t [s]$						
Parametrul de ieșire	$\varphi [^\circ]$ $s [mm]$						

Se reamintește relația,  $\varphi_0 = t \cdot \omega_c$  (unghiurile în radiani - viteză unghiulară în rad/s);

c) graficul  $\Psi = \Psi(t)$  sau  $s = s(t)$  și graficele primelor două derivate,  $\omega = \dot{\Psi}$ ,  $\varepsilon = \ddot{\Psi}$  sau  $v = \dot{s}$ ,  $a = \ddot{s}$  (grafice determinate prin derivare grafică);

d) calculul scărilor pentru timp ( $k_t$ ), pentru spațiul ( $k_s$  sau  $k_\varphi$ ), pentru viteze ( $k_\omega$  sau  $k_v$ ), pentru accelerații ( $k_\varepsilon$  sau  $k_a$ );

e) calculul valorilor maxime pentru:

- viteză -  $|\omega_{\max}| = \dots \text{ rad/s}$  sau  $|v_{\max}| = \dots \text{ mm/s}$
- accelerație -  $|\varepsilon_{\max}| = \dots \text{ rad/s}^2$  sau  $|a_{\max}| = \dots \text{ mm/s}^2$

Pentru standurile prezentate în fig.5.3 și în fig.5.5, antrenând mecanismul de la manivelă, creionul P, trasează pe hârtie, legea spațiului. Apoi, prin derivare grafică, se poate obține legea vitezei și legea accelerației.

LUCRAREA Nr.6

CINEMATICA MECANISMELOR CU ELEMENTE DINȚATE

6.1 Scopul lucrării este de a familiariza studenții cu funcționarea, construcția și metodele de analiză cinematică a unor mecanisme cu roți (dințate).

Mecanismele cu elemente (roți) dințate servesc la transmiterea mișcării de rotație între axe paralele (angrenaje cilindrice), concurente (angrenaje conice), încrucișate (angrenaje hiperboloidale) în general cu raport de transmitere constant.

Raportul de transmitere ( $i$ ) al unui asemenea mecanism este raportul între viteza unghiulară a roții conducătoare sau de intrare ( $\omega_1$ ) și viteza unghiulară a roții conduse sau de ieșire ( $\omega_2$ ).

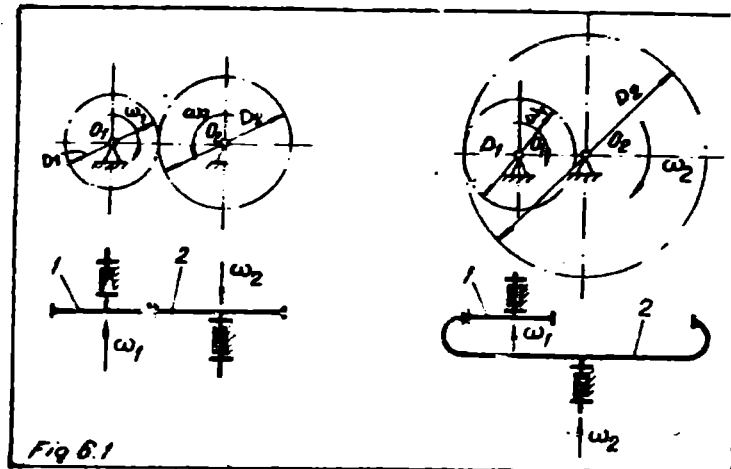
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (6.1)$$

După cum valoarea acestui raport este supraunitară sau subunitară, mecanismul este reductor respectiv multiplicator.

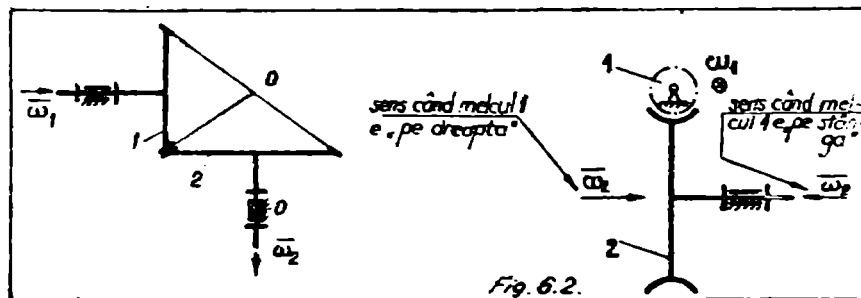
Raportul de transmitere poate fi scris pentru fiecare angrenaj (treaptă) și în funcție de numărul de dinți al roților și al este afectat de semn. Astfel la angrenajele cu dantură exterioară, vitezele unghiulare ale roților având sensuri contrare raportul de transmitere va fi negativ, iar la cele cu dantură interioară, acesta va fi pozitiv (figura 6.1)

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{D_2}{D_1} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad (6.2)$$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{D_2}{D_1} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (6.3)$$



La angrenaje conice și melcate, (vezi figura 6.2) formula raportului de transmitere rămâne valabilă, fără semnul atașat de minus sau plus, dat fiind că direcțiile vitezelor unghiulare fie că sunt concurente (angrenaje conice) fie că se încrucieșează în spațiu (angrenaj melc-roată melcată).



$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (6.4)$$

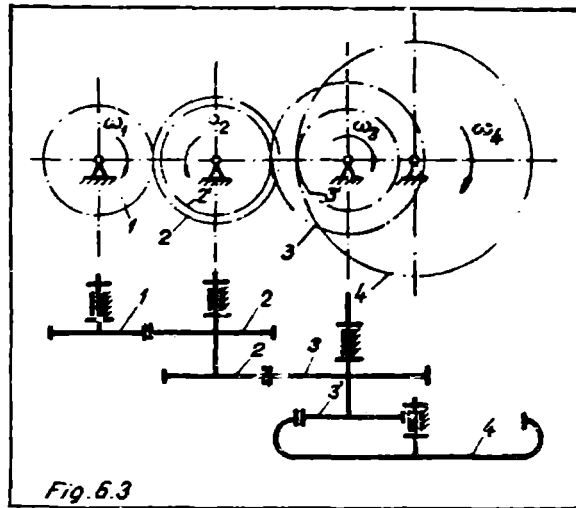
$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (6.5)$$

Prin inserierea mai multor angrenaje, se obțin trenuri de roți dințate. Dacă toate axele roților care compun un tren sunt fixe, trenul se numește ordinar, iar dacă cel puțin una din axele roților este mobilă, trenul se numește cicloidal (planetar dacă gradul de mobilitate este egal cu 1 sau diferențial dacă este mai

mare sau egal cu 2).

6.2 Cinematica trenurilor de roți dințate ordinare

A. Trenuri de roți dințate ordinare cilindrice (fig.6.3)



$$i_{14} = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(-\frac{z_3}{z_2}\right) \left(\frac{z_4}{z_3}\right) \quad (6.6)$$

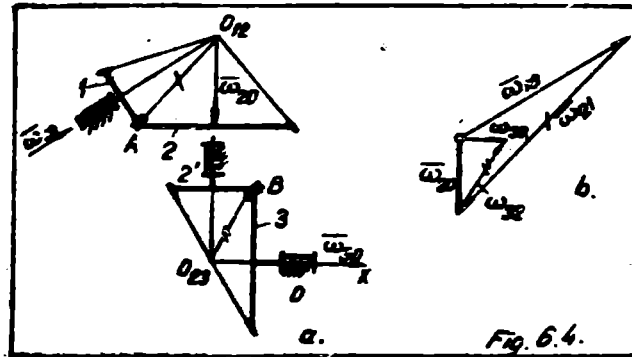
În cazul unui tren de roți dințate, raportul total de transmitere se determină ca produs al raportelor de transmitere ale angrenajelor componente. Astfel în situația unui tren cu n roți:

$$i_{1n} = \frac{\omega_1}{\omega_n} = (-1)^k \frac{z_2 z_3 \dots z_n}{z_1 z_2' \dots z_{n-1}'} \quad (6.7)$$

unde k reprezintă numărul angrenajelor exterioare din tren.



B) Trenuri de roți dințate ordinare conice (fig. 6.4)



Cunoscând viteza unghiulară a roții de intrare ( $\omega_{10}$ ) se poate determina viteza unghiulară a roții de ieșire ( $\omega_{30}$ ) folosind următoarele relații:

$$\bar{\omega}_{20} = \bar{\omega}_{10} + \bar{\omega}_{21} \quad (6.8)$$

$$\bar{\omega}_{30} = \bar{\omega}_{20} + \bar{\omega}_{32} \quad (6.9)$$

unde:  $\bar{\omega}_{20} \parallel O_{12} O_{23}$

$$\bar{\omega}_{30} \parallel O_{23} x$$

$$\bar{\omega}_{21} \parallel O_{12} A$$

$$\bar{\omega}_{32} \parallel O_{23} B$$

La trenurile cu roți dințate conice sensul vitezei unghiulare se stabilește din aproape în aproape pornind de la elementul conducător spre cel condus.

C) Cutii de viteză

Cutii de viteză realizează mai multe valori ale raportului de transmitere, numărul acestor valori depinzând de construcția roților dințate baladoare.

Fie cutia de viteză din figura 6.5a. Roțile dințate baladoare 2 ( $Z_2, Z_2'$ ) respectiv 3 ( $Z_3, Z_{31}, Z_{32}$ ) sunt construite prin solidarizarea a 2 respectiv 3 roți dințate și care printr-un mecanism adecvat (nedesnat aici), pot intra în angrenaj cu roți conducătoare diferite.

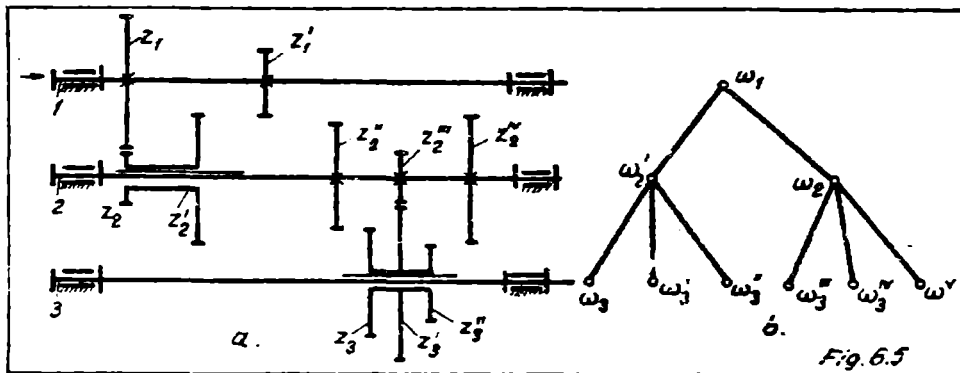
Așa cum sunt prezentate roțile dințate în angrenare în fig.6.5a, rezolvarea cinematică este:

$$i_{13} = i_{12} \cdot i_{23} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = (-1)^2 \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3'}{z_2''} \text{ de unde rezultă una din valorile}$$

posibile ale lui  $\omega_3$ .

Dacă luăm în considerare că din angrenarea roților  $z_1$  cu  $z_2$  sau  $z_1'$  cu  $z_2'$  rezultă 2 valori posibile pentru viteza unghiulară a arborelui intermediar 2,  $\omega_2, \omega_2'$  iar prin angrenarea roților  $z_2''$  cu  $z_3$  sau  $z_2''$  cu  $z_3'$  sau  $z_2''$  cu  $z_3''$  rezultă 3 variante de valori posibile pentru viteza unghiulară de la arborele 2 la 3, deci atunci viteza unghiulară de ieșire poate avea  $2 \times 3 = 6$  valori posibile.

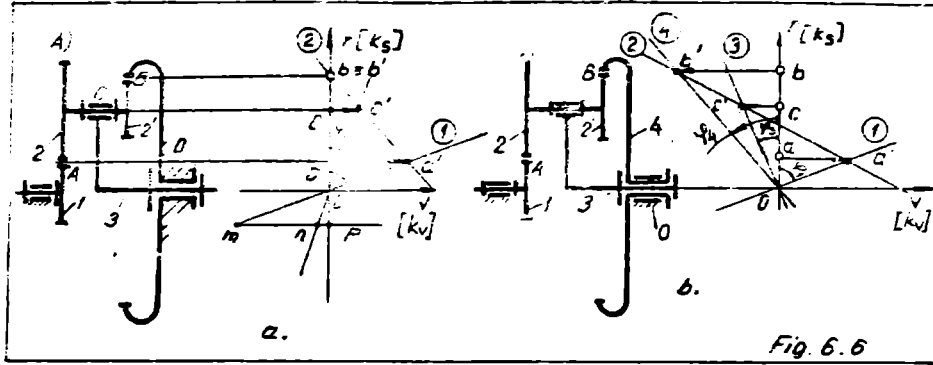
Graful arborescent al acestei cutii de viteze, prezentat în figura 6.5b, este o reprezentare grafică a valorilor posibile ale vitezelor unghiulare pentru arborii 2 și 3.



### 6.3 Cinematica trenurilor de roți dințate ciclooidale

#### A) Trenuri de roți ciclooidale cilindrice.

În figura 6.6 este prezentat un tren de roți dințate ciclooidale în două ipostaze: a) când roțile centrale sunt fixe, trenul fiind un mecanism planetar cu gradul de mobilitate 1 și b) când roata centrală 4 este un element mobil, trenul fiind un mecanism diferențial cu gradul de mobilitate 2. În ambele ipostaze dând mecanismelor o mișcare cu  $-\omega_3$ , acestea devin trenuri ordinare.



Se scriu relațiile analitice (metoda Willis) pentru rapoartele de transmitere intrinseci.

$$a) i_{10}^{(3)} = \frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_0 - \omega_3} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_0}{z_2}\right) \quad (6.10)$$

Dar  $\omega_0 = 0$  astfel încât:

$$\frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_3} = \frac{z_0 \cdot z_2}{z_1 \cdot z_2'} \quad (6.11)$$

$$i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = 1 + \frac{z_0 \cdot z_2}{z_1 \cdot z_2'} \quad (6.12)$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_1}{1 + \frac{z_0 \cdot z_2}{z_1 \cdot z_2'}} \quad (6.13)$$

$$b) i_{14}^{(3)} = \frac{\omega_3 - \omega_3}{\omega_4 - \omega_3} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(\frac{z_4}{z_2'}\right) \quad (6.14)$$

$$\omega_3 = \frac{1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_2'} \cdot \omega_4}{1 + \frac{z_0 \cdot z_2}{z_1 \cdot z_2'}} \quad (6.15)$$

Rezultă astfel viteza unghiulară a elementului de ieșire  $\bar{\omega}_3$  în funcție de viteza unghiulară a elementului motor  $\bar{\omega}_1$  (în cazul a) sau în funcție de vitezele unghiulare a elementelor considerate motoare (conducătoare)  $\bar{\omega}_1$  respectiv  $\bar{\omega}_4$  (în cazul b).

În fiecare ipostază s-au trasat și dreptele de distribuție a vitezelor elementelor mecanismului care închid cu axa Or unghiurile acestor dreptele, unghiuri cu ajutorul cărora se pot determina pe cale grafică (metoda Kutzbach) vitezele unghiulare ale elementelor conduse.

$$a) \omega_1 = \frac{k_v}{k_g} \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 \quad (6.16) \quad \omega_3 = \frac{k_v}{k_g} \cdot \operatorname{tg} \varphi_3 \quad (6.17)$$

$$i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_3} = \frac{om}{pn} \quad (6.18)$$

dreapta pm fiind o paralelă oarecare la axa Ov.

$$b) \omega_3 = \frac{k_v}{k_g} \cdot \operatorname{tg} \varphi_3 \quad (6.19)$$

În aceste diagrame axelor Or și Ov le sunt atribuite scările  $k_g$  și  $k_v$ .

B) Trenuri de roți ciclooidale conice (fig.6.7)

Se dă și în acest caz o mișcare cu  $-\bar{\omega}_{10}$  mecanismului cicloidal, transformându-se în unul ordinar.

$$i_{24}^{(1)} = \frac{\omega_{20} - \omega_{10}}{\omega_{40} - \omega_{10}} = (-) \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} \quad (6.20)$$

$$\omega_4 = \frac{i_{24}^{(1)} - 1}{i_{24}^{(1)}} \omega_1 + \frac{1}{i_{24}^{(1)}} \omega_2 \quad (6.20')$$

Semnul (-) al raportului de transmitere intrinsec se stabilește din aproape în aproape pornind de la elementul conducător la cel condus:

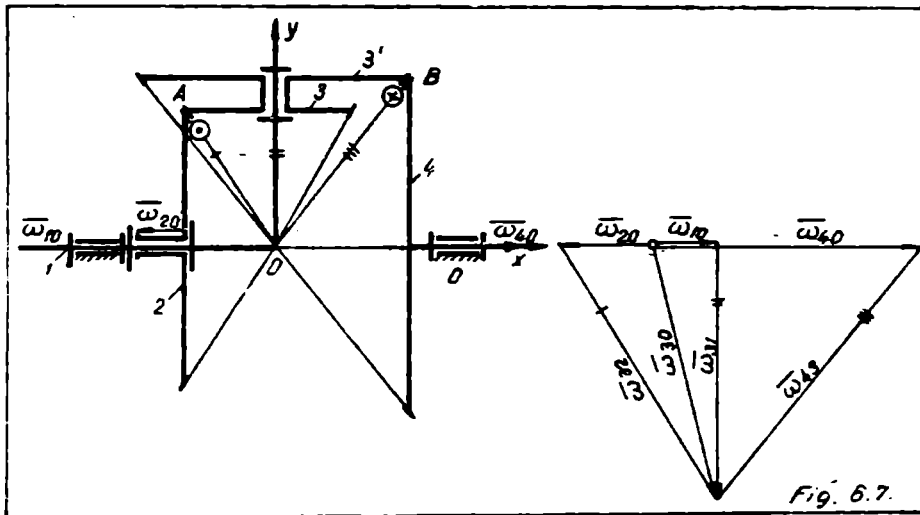
$$\bar{\omega}_{30} = \bar{\omega}_{10} + \bar{\omega}_{31}; \bar{\omega}_{10} \parallel O_x, \bar{\omega}_{31} \parallel O_y \quad (6.21)$$

$$\bar{\omega}_{30} = \bar{\omega}_{20} + \bar{\omega}_{32}; \bar{\omega}_{20} \parallel O_x, \bar{\omega}_{32} \parallel OA \quad (6.22)$$

$$\bar{\omega}_{40} = \bar{\omega}_{30} + \bar{\omega}_{43}; \bar{\omega}_{43} \parallel O_x, \bar{\omega}_{43} \parallel OB \quad (6.23)$$

$\bar{\omega}_{10}$  și  $\bar{\omega}_{20}$  fiind vitezele unghiulare cunoscute ale elementelor conducătoare ale mecanismului diferențial cu roți dințate conice.

Dacă una din roțile dințate centrele 2 sau 4 devine fixă atunci mecanismul este planetar.

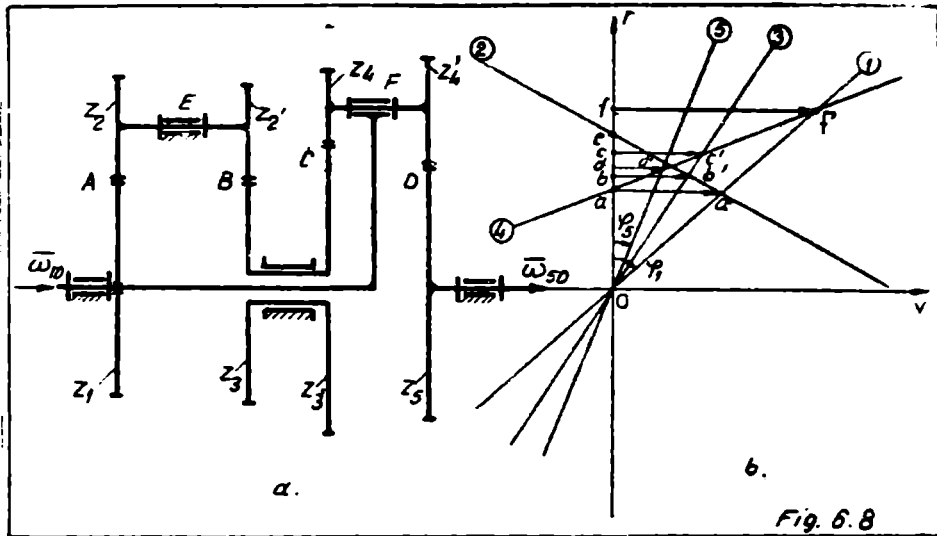


#### 6.4 Exemple de calcul

1) Fie  $\omega_1 = 10 \text{ s}^{-1}$ ;  $Z_1=40$ ;  $Z_2=20$ ;  $Z_2=16$ ;  $Z_3=54$ ;  $Z_{3'}=46$

$Z_4 = 14$ ;  $Z_{4'}=20$ ;  $Z_5=48$ , datele trenului de roți din figura 6.8a.

Trenul din fig.6.8a este compus dintr-un tren ordinar și unul cicloidal.



A) Analiza cinematică prin metoda Willis:

$$i_{13} = \frac{\omega_{10}}{\omega_{30}} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2'} ; \quad \omega_{30} = \omega_{10} \frac{z_1 \cdot z_2'}{z_2 \cdot z_3} = 5,9 \text{ s}^{-1}$$

$$i_{35}^{(1)} = \frac{\omega_{30} - \omega_{10}}{\omega_{50} - \omega_{10}} = \left(-\frac{z_4}{z_3'}\right) \left(-\frac{z_5}{z_4'}\right)$$

$$\omega_{50} = \omega_{10} + (\omega_{10} + \omega_{30}) \cdot \frac{z_3}{z_4} \cdot \frac{z_4'}{z_5} = 4,42 \text{ s}^{-1}$$

B) Analiza cinematică prin metoda Kutzbach

$$\bar{v}_A = \bar{\omega}_{10} \cdot \bar{r}_A \quad ; \quad k_v = \frac{\omega_{10} \cdot r_A}{aa'} \quad ; \quad 1 = \text{dreapta de distribuție a vitezelor elementului 1 (Oa')}$$

$$\bar{v}_B = k_v \cdot \bar{bb}' \quad ; \quad 2 = \text{dreapta de distribuție a vitezelor elementului 2 (a'e')}$$

$$\bar{v}_C = k_v \cdot \bar{cc}' \quad ; \quad 3 = \text{dreapta de distribuție a vitezelor elementului 3 (b'e')}$$

$$\bar{v}_D = k_v \cdot \bar{dd}' \quad ; \quad 4 = \text{dreapta de distribuție a vitezelor elementului 4 (d'f')}$$

2) Mecanism de orientare cu mișcări dependente

Mecanismul de orientare (fig.6.9a) având trei grade de mobilitate, necesită pentru asigurarea deamodromiei trei mișcări de intrare  $\bar{\omega}_{10}$ ,  $\bar{\omega}_{20}$  și  $\bar{\omega}_{30}$ , precizate față de elementul fix 0. Mișcarea de ieșire a elementului 6 este o rotație sferică în jurul punctului fix 0 și viteza  $\bar{\omega}_{60}$  orientată spațial spre un punct al calotei sectorului sferic cu vârful în 0.

Vectorul  $\bar{\omega}_{60}$  constituie rezultanta componentelor  $\bar{\omega}_{10}$ ,  $\bar{\omega}_{51}$ , și  $\bar{\omega}_{65}$  pe axele sistemului de referință (fig.6.9b), cu originea în 0 și axele coliniare cu cele ale cuplelor lanțului principal (lanțul cinematic cel mai scurt dintre elementele 6 și 0 în care toate cuplele sunt de rotație), ceea ce se exprimă matricial astfel:

$$[\omega_{60}] = [\omega_{10} \ \omega_{51} \ \omega_{65}]^T \quad (6.24)$$

Componentele semnifică vitezele unghiulare relative ale elementelor lanțului principal și pot fi determinate în funcție de vitezele de intrare având în vedere schema de propagare a mișcărilor (fig.6.9c). Problema poate fi soluționată grafic sau analitic.

La metoda grafică se utilizează ecuațiile de compunere al mișcărilor de transport cu cele relative:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{50} &= \bar{\omega}_{10} + \bar{\omega}_{51} = \bar{\omega}_{30} + \bar{\omega}_{53} \\ \bar{\omega}_{40} &= \bar{\omega}_{10} + \bar{\omega}_{41} = \bar{\omega}_{20} + \bar{\omega}_{42} \\ \bar{\omega}_{60} &= \bar{\omega}_{50} + \bar{\omega}_{65} = \bar{\omega}_{40} + \bar{\omega}_{64} \end{aligned} \quad (6.25)$$

care se soluționează grafic în poligonul vitezelor unghiulare ca în (fig.6.9d).

La metoda analitică se consideră transformatele Willis ale tremurilor diferențiale cu elementele 1,3,5 apoi 1,2,4 și în fine 4,5,6. Din raporturile de transmitere interne ale acestora rezultă succesiv:

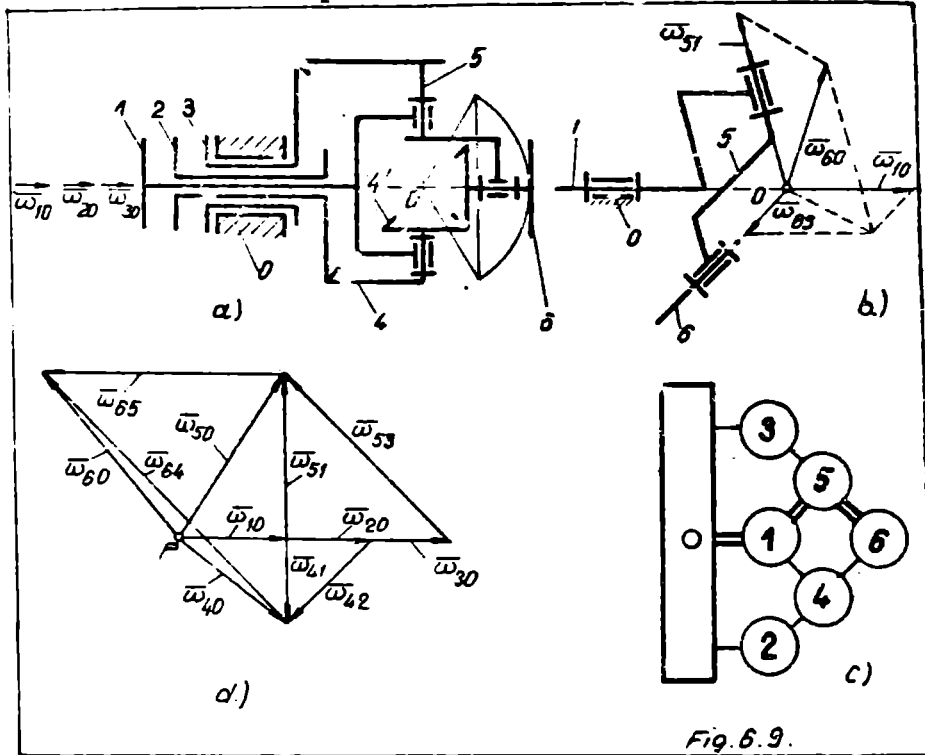


Fig. 6.9.

$$i_{35}^{(1)} = \frac{\omega_{30} - \omega_{10}}{\omega_{50} - \omega_{10}} = + \frac{z_5}{z_3} \text{ si } \omega_{51} = \omega_{50} - \omega_{10} = - \frac{z_3}{z_5} \omega_{10} + \frac{z_3}{z_5} \omega_{30}$$

$$i_{24}^{(1)} = \frac{\omega_{20} - \omega_{10}}{\omega_{40} - \omega_{10}} = - \frac{z_4}{z_2} \text{ si } \omega_{41} = \omega_{40} - \omega_{10} = + \frac{z_2}{z_4} \omega_{10} - \frac{z_2}{z_4} \omega_{20} \quad (6.26)$$

$$i_{46}^{(5)} = \frac{\omega_{40} - \omega_{50}}{\omega_{60} - \omega_{50}} = + \frac{z_6}{z_4} \text{ si } \omega_{65} = \omega_{60} - \omega_{50} = + \frac{z_4}{z_6} \omega_{40} - \frac{z_4}{z_6} \omega_{50}$$

Ultima relație din (6.26) în baza primelor două devine:

$$\omega_{35} = \frac{z_4}{z_5} \left( \frac{z_3}{z_5} + \frac{z_2}{z_4} \right) \omega_{10} - \frac{z_4}{z_4} \cdot \frac{z_2}{z_4} \omega_{20} - \frac{z_4}{z_6} \cdot \frac{z_3}{z_5} \omega_{30} \quad (6.27)$$



După prima relație (6.26) și relația (6.27) vitezele relative din cuplele mobile ale lanțului principal, pentru un observator din 0 care privește axial cuplele în cauză, apar liniar dependente de mișcările de intrare care toate sânt cu axe fixe. Axa lui  $\bar{\omega}_{10}$  păstrându-se, acest vector se comportă ce unul alune- cător la trecerea din sistemul fix în cel mobil, ori această trecere nu-i schimbă modulul:

$$\omega_{10} = \bar{\omega}_{10} \quad (6.28)$$

Forma matricială a sistemului liniar de ecuații scrisă în ordinea (6.28), prima din (6.26) și (6.27) este:

$$\begin{bmatrix} \omega_{10} \\ \omega_{51} \\ \omega_{65} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{z_3}{z_5} & 0 & \frac{z_3}{z_5} \\ \frac{z_4}{z_6} \left( \frac{z_3}{z_5} + \frac{z_2}{z_4} \right) & -\frac{z_4}{z_6} \frac{z_2}{z_4} & -\frac{z_4}{z_6} \frac{z_3}{z_5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{10} \\ \omega_{20} \\ \omega_{30} \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

Din această formă se vede că matricea raporturilor interne joacă rol de operator care transformă vectorul coloană al mișcă- rilor de intrare aplicate din sistemul fix în vectorul coloană al componentelor mișcării de ieșire exprimate în sistemul mobil.

Relația (6.29) arată că între primul element al lanțului principal și elementul fix există un singur grad de cuplare (este cuplat  $\omega_{10}$ ), între elementele 1 și 5 sunt două grade de cuplare (sunt cuplate  $\omega_{10}$  și  $\omega_{30}$ ), iar între elementele 5 și 6 există trei grade de cuplare ( $\omega_{10}$ ,  $\omega_{20}$  și  $\omega_{30}$ ). Astfel, dependen- ța mișcărilor relative de mișcările de intrare crește pe măsura îndepărtării pe lanțul principal de elementul fix.

În mod obișnuit raporturile interne se aleg unitare.

$$\frac{z_5}{z_3} = \frac{z_4}{z_2} = \frac{z_6}{z_4} = 1 \quad (6.30)$$

și atunci (6.29) devine:

$$\begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

Transformarea (6.31) conduce la aceleași rezultate numerice ca și poligonul vitezelor unghiulare de la metoda grafică.

### 6.5 Mersul lucrării

1. Macheta sau subsansablul conținând trenuri de roți dințate va fi examinată de student rotind arborii mecanismului dacă acest lucru e posibil, scopul fiind ca imaginea construcției și funcționării reale să fie bine înțelese.

2. Se va întocmi schema cinematică a mecanismului de la punctul 1. Dacă punctul 1 lipsește studenților li se distribuie scheme cinematice gata întocmite.

3. Se vor număra și nota numerele de dinți ai diferitelor roți sau se vor stabili rapoarte de transmitere parțiale prin inversul raportului unui număr de ture (preferabil întreg) efectuate concomitent de roțile unui angrenaj. Dacă punctul 1 lipsește numărul de dinți se găsește în schema distribuită.

4. Cu numerele de dinți și cu rapoartele de transmitere parțiale se vor calcula prin metoda analitică raportul de transmitere total (intrinsec/real), vitezele unghiulare ale elementelor conduse, presupunând cunoscută viteza unghiulară a elementului motor (ex.:  $\omega_1 = 100 \text{ rad/sec}$ ) conform cu exemplele de la paragraful 6.4.

5. Același obiectiv de la punctul 4 se va realiza prin metode grafo-analitice.

6. Se compară rezultatele de la punctele 4 și 5.

Se modifică rotorul (cuplând și rotorul 4) și se repetă cel de mai sus:

Tabela 14.1

Nr. tură i	Rotor 3			Rotor 3+4		
	t	$t=t_{i-1} + \Delta t$	$\omega$	$\Delta t$	$t=t_{i-1} + \Delta t$	$\omega$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Folosind relația (14.23) se calculează viteze unghiulară pe fiecare tură, iar cu relația din tabelă se stabilește timpul trecut de la pornire (la prima tură  $i=1$  și  $t_1 = t_1 = 0$ ).

Se trasează tehogramele  $\omega = \omega(t)$  pentru ambele rotoare.

Se consemnează valorile timpilor de răspuns (de pornire) și a vitezelor unghiulare nominale, iar apoi se comentează comportarea dinamică a agregatului.

LUCRAREA Nr.15

GENERAREA PROFILSILOR EVOLVENTICE ALE  
DINTILOR ROTILOR DINTATE

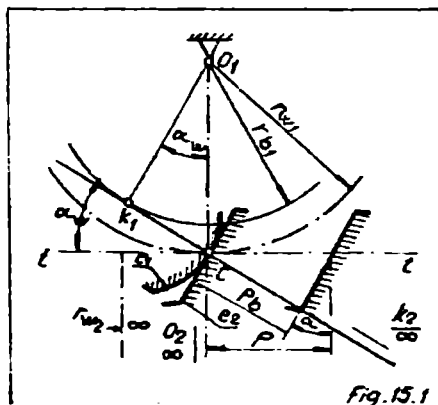
15.1 Scopul lucrării constă în:

- modelarea cu ajutorul unei machete de laborator a procesului de generare a danturii pe mașini unelte;
- cunoașterea particularităților de generare a profilelor roții plane cu dantură zero și dantură deplasată - cu ajutorul cremalierii sculă.

15.2 Considerații teoretice

Fie două roți dințate cu profii evolventic în angrenare având numerele de dinți  $z_1$  și  $z_2$ . Cele două roți sunt caracterizate prin cercurile de rază  $r_{b1}$ ,  $r_{w1}$  și respectiv  $r_{b2}$ ,  $r_{w2}$  (de bază și rostogolire).

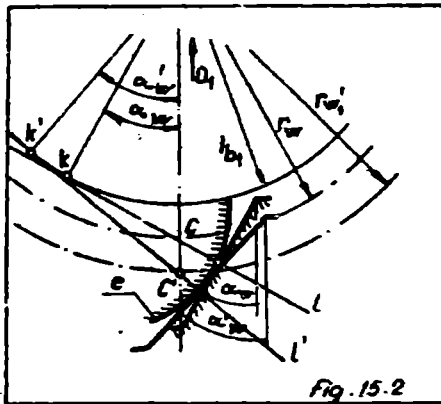
Dacă una din roți, de exemplu reata 2, are raza de rostogolire foarte mare, la limită infinită, atunci aceasta devine o bară dințată numită cremalieră. În acest caz (fig.15.1) cercul de rostogolire  $r_{w2}$  degenerază în tangenta  $t - t$  la cercul de rază  $r_{w1}$ , iar cercul de bază se confundă cu tangenta  $K_1 C K_2$ .



Profilele evolventice ale roții 2 devin în acest caz drepte perpendiculare pe linia de angrenare  $K_1 C K_2$ , deoarece au centrale de curbură  $K_2$  la infinit.

Pasul cremalierii "p" se măsoară pe direcția  $t - t$  iar pasul de bază "p" de-a lungul normalei la profilele rectilinii ale cremalierii.

Din fig.15.1 rezultă că  $p_b = p \cdot \cos \alpha_w$ . Se consideră profilul evolventic "e" din fig.15.2 și dreptele l și l' tangente la cercul de bază de rază  $r_b$  în punctele K și K'.

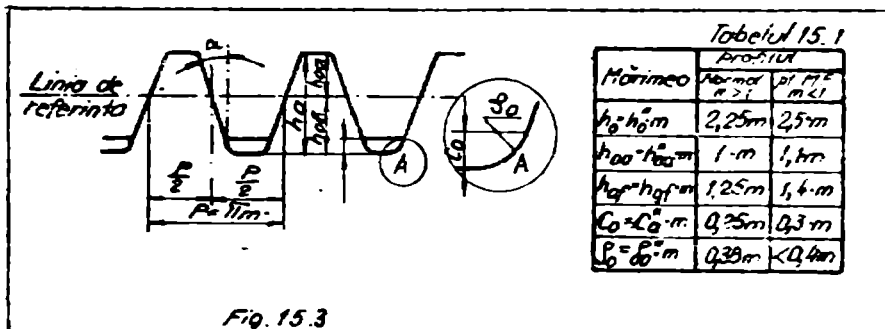


Pentru fiecare dintre aceste drepte se poate defini câte un profil rectiliniu de cremalieră. Cu alte cuvinte unui profil evolventic dat îi sunt conjugate o infinitate de cremalieri definite între ele prin unghiul  $\alpha_w$  de înclinare a flancului. Dintre aceste cremalieri se admite una drept cremalieră (profil) de referință. La noi în țară, ca și în majoritatea țărilor, s-a standardizat cremaliera având  $\alpha = \alpha_w = 20^\circ$  (STAS 821-82).

Profilul de referință (fig.15.3) servește la definirea dimensiunilor geometrice caracteristice ale unei danturi evolventice.

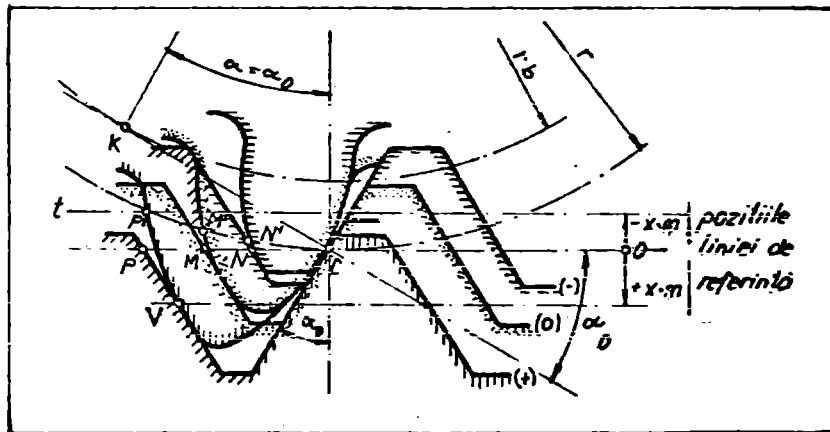
În prelucrarea roților dințate cu cremalieră-sculă, aceasta se poate dispune astfel încât linia sa de referință să nu fie suprapusă cu tangenta t - t la cercul de divizare al roții generate.

Prin rostogolirea peste cercul de divizare al roții a dreptei t - t cu care se solidarizează profilul de referință, acesta va genera în planul roții o dantură evolventică (ca înfășurătoare a pozițiilor succesive ale profilelor rectilinii ale cremalierii), (vezi figura 15.4 și 15.5).



Dacă linia de referință se suprapune cu dreapta  $t - t$ , se obține o dantură năruită normală, elementară sau zero. Dacă linia de referință a profilului de referință este exterioară cercului de divizare, se obține o dantură deplasată pozitiv iar dacă linia de referință este secantă la cercul de divizare se obține o dantură deplasată negativ. Frațiunea „ $x$ ” este raportul dintre viteza care exprimă deplasarea liniei de referință și modul, definind coeficientul de deplasare (sau deplasare specifică) care este o mărime algebrică.

În raport cu profilul dintelui danturii normale, dintelul de la o dantură deplasată pozitiv este mai gros la bază și mai subțire la vârf iar la o dantură deplasată negativ dintelul este mai gros la vârf și mai subțire la bază.

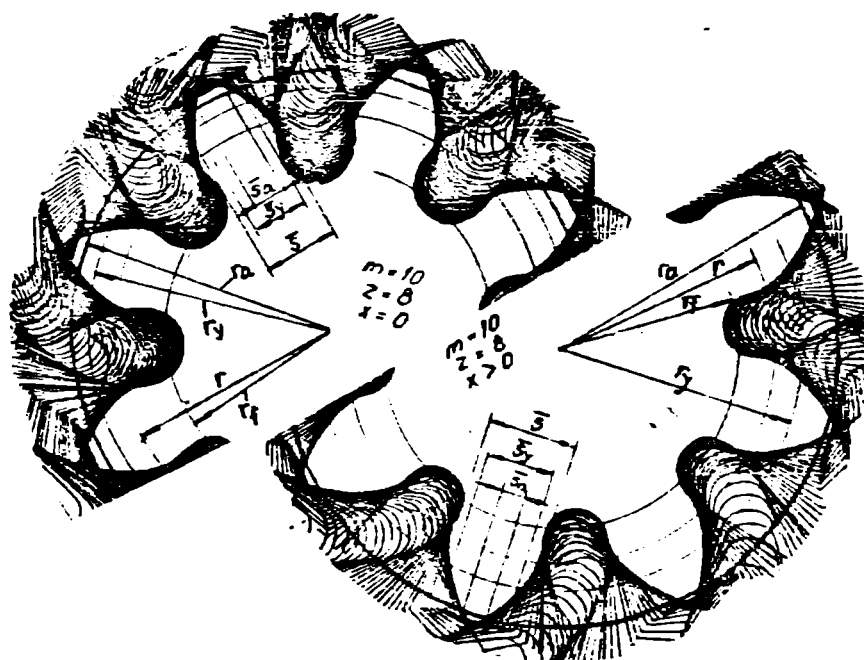


Deplasarea danturii se practică pentru realizarea unor avantaje cum sunt: evitarea interferenței și subțierii bazei dinților, realizarea unor angrenaje cu distanță între axe impusă, obținerea unor danturi cu rezistență mărită la contact respectiv la încovoire, etc.

### 15.3 Principiul rostogolirii la prelucrarea denturilor

Danturarea după principiul rostogolirii se efectuează pe mașini unelte de mortezat dentură și pe mașini unelte de frezat dentură cu freză melc.

Mașinile de mortezat dentură folosesc cremaliere sculă (pieptene Mosag) sau coștit-roată (roți Fellow). Aceste scule sunt prevăzute cu dinți cu profile evolventice, având muchii tăietoare. Sculele execută o mișcare de mortezare în lungul liniei fercului dinților de prelucrat și în același timp, mașina unealtă comunică semifabricatului și sculei o mișcare relativă corespunzătoare mișcărilor pe care le-ar obține dacă ele ar engrena. La fiecare cursă, scula îndepărtează din semifabricat o cantitate de material corespunzătoare poziției pe care o are față de roste de prelucrat. Flanșurile dinților roții prelucrate apar atunci ca suprafețe ce înfășoară suprafețele măturate de muchiile dinților sculei la curse succesive.



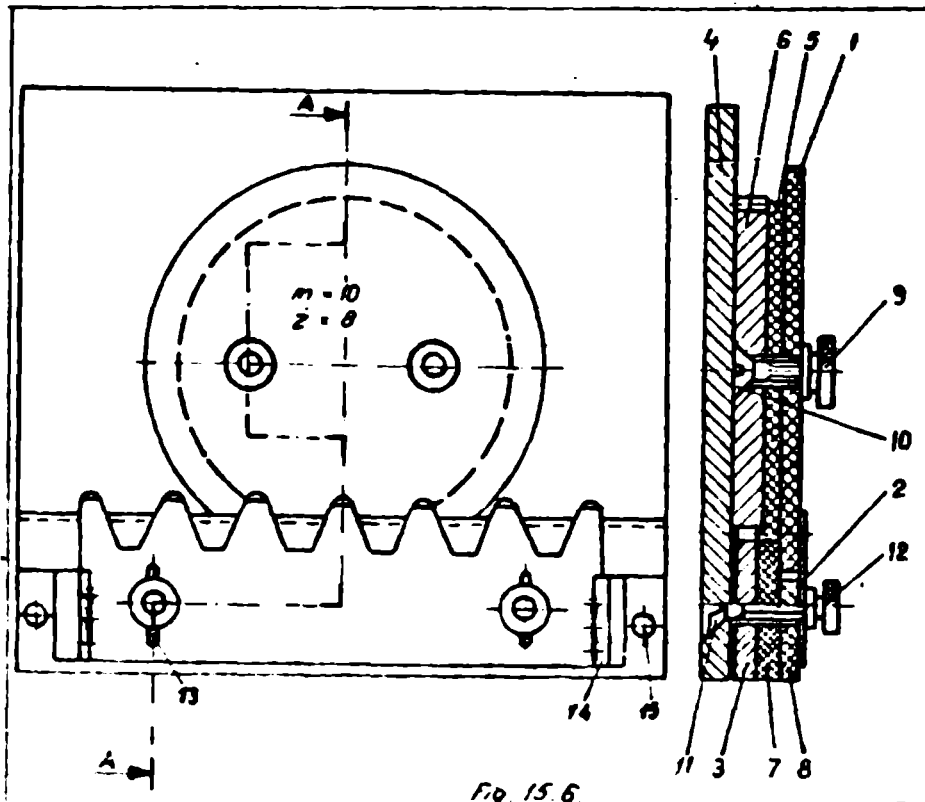
Aceste muchii au profile evolventice (roata Fellow) sau drepte (pieptena Haag) iar suprafețele flancurilor dinților sunt suprafețe cu profile evolventice conjugate suprafețelor flancurilor dinților roții/pieptenului sculă.

Avantajele danturării după principiul rostogolirii constau în productivitatea mare a procedurii, posibilitatea de a obține cu soule de un anumit modul roți cu număr de dinți și cu parametri geometrice diferiți (deplasări diferite de profil).

#### 15.4 Descrierea machetei experimentale

Instalația experimentală reproduce principiul danturării roților dințate cu ajutorul cremalierii-sculă, imprimând "semifabricatului" o mișcare de rototranslație, cremaliera fiind fixă.

Lacheta este formată din următoarele părți principale (cf. fig. 15.6):





1- disc port hârtie ("semifabricat"); 2 - cremalieră - generatoare;  
3-cremalieră de ghidare ( $m=1$ ); 4-placă suport; 5-disc de rostogolire;  
6-roată dințată de  $m=1$ ; 7-riglă de rulare; 8-placă suport vernier;  
9-piuliță; 10-șurub; 11-șurub-fixare placă; 12-piuliță fixare șurub  
placă; 13-canale deplasare cremalieră-generatoare; 14-vernier;  
15-șurub.

În părțile laterale sunt trasate scule gradate pentru măsurarea  
deplasării cremalierii.

Suportul port-hârtie este format dintr-un disc port-hârtie (1),  
un disc de rostogolire (5) și o roată dințată de modul 1 (6).

Diametrul discului de rostogolire și diametrul de divizare  
(referință) al roții dințate modul 1, sunt egale cu diametrul de  
divizare (referință) al roții careia urmează să i se genereze dentura.

Hârtia pe care se va desen dentura se fixează pe discul port-  
hârtie (1) cu ajutorul a două șuruburi cu piuliță (9,10).

Cremaliera generatoare este realizată din tablă și are modulul  
10 (2).

Cremaliera generatoare cf. STAS 913/3-81 este cremaliera comple-  
mentară cremalierii de referință care se potrivește în cremaliera  
de referință astfel încât dinții unuia să umple exact golul dinților  
celeilalte (fig.15.)

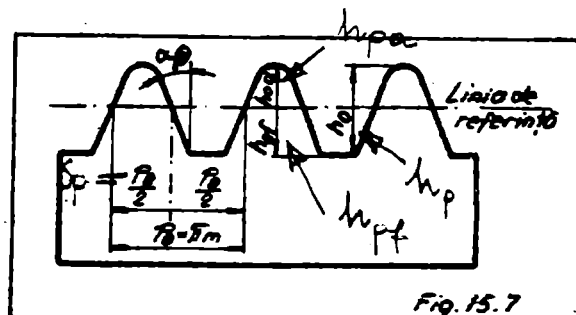


Fig. 15.7

Pentru deplasarea pozitivă respectiv negativă a cremalierii  
generatoare sunt prevăzute două canale (13) prin care trec șurubu-  
rile (11,12).

Asigurarea rulării fără alunecare între "sculă" și "semifabri-  
cat" se face prin:

- o riglă de rulare (7), montată sub cremaliera generatoare (2)  
peste care se rostogolește discul de rostogolire (5);
- o cremalieră de ghidare ( $m=1$ ) (3) montată sub rigla de rulare

(11), cu care angrenează roată dințată.

Cele două piese care formează ansamblul cremalieră generatoare (2) - cremalieră de ghidare (3) se solidarizează cu placa (4) prin intermediul șuruburilor (11,12).

Rolul angrenajului suplimentar este de a împiedica alunecarea discului port-hârtie (1) în timpul operației de generare a denturii.

Solidare cu placa de bază sunt două verniere (14) având precizia de 0,1 mm. Pe gredațiile de pe cremalieră și vernier sunt trasate două linii mai lungi.

15.5. Prelucrarea datelor experimentale

După ce s-a generat dentura pe desenul astfel obținut se trasează cercul de divizare, se trasează cercul de cap de diametru  $d_g$  cunoscut care ajută la alegerea semifabricatului din care urmează să se prelucreze roată dințată.

Cercul de picior este tangent interior la profilul obținut pentru roțile dințate, urmând ca și el să fie desenat (vezi fig.15.5).

15.5.1 Date inițiale

- $m, z$  ai roți dințate pe care urmează să o generăm;
- deplasarea  $x.m$  a liniei de referință a șoului față de cercul de divizare al roții generate;
- profilul de referință standardizat - cf. tab.15.1
- raza cercului de cap  $r_g$ ;
- două raze oarecare  $r_{y1}$  și  $r_{y2}$   $r$ , din zona evolventică a profilului generat.

► 15.5.2 Relații de calcul a mărimilor caracteristice denturii generate

- raza cercului de divizare: - Teilkreis halbdurchmesser

$$r = \frac{m \cdot z}{2} \quad (15.1)$$

- raza cercului de picior a denturii: Fußkreis halbdurchmesser

$$r_f = r - m(h_a^* + c_y^* - x) \quad (15.2)$$

- unghiul de presiune pe cercul de rază oarecare  $r_y$  - Zugriffswinkel auf dem beliebigen Halbdurchmesser

$$\alpha_y = \arccos \left( \frac{r}{r_y} \cdot \cos 20^\circ \right) \quad (15.3)$$

C - Kopfspiel

g

Zahndicke auf dem beliebigen Halbdurchmesser  $r_y$

- grosimea dintelui pe cercul de rază oarecare:

$$s_y = 2 \cdot r_y \cdot \frac{1}{z} \left( \frac{\pi}{2} + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \right) + \operatorname{inv} 20^\circ - \operatorname{inv} \alpha_y \quad (15.4)$$

unde:

$$\operatorname{inv} \alpha = \operatorname{tg} \alpha - \hat{\alpha} ; \hat{\alpha} \text{ [rad]} \quad (15.5)$$

- pasul unghiular:

$$\varphi_z = \frac{2\pi}{z} \quad (15.6)$$

- raza cercului util (cercul de pe rola 1 până la care ajunge vârful dinților roții 2)

$$r_u = r_f + m \cdot c_g \quad (15.7)$$

unde este necesar ca:

$$r_u > r_b \quad (15.8)$$

- raza cercului de bază:

$$r_b = r \cdot \cos 20^\circ \quad (15.9)$$

15.5.3 Mersul lucrării

Se fixează deplasarea impusă pe vernierul 14 cu șuruburile 11, 12. Se fixează discul de hârtie cu piulițele 9. Impunând angrenarea între roata dințată 6 și cremaliera 3, se desenează succesiv pe hârtie, conturul cremalierii generatoare 2.

Se calculează  $r_f$ . Se alege  $r_{y1} \in (r_u, r)$  și  $r_{y2} \in (r, r_a)$ .

Se calculează  $\alpha_{y1}, \alpha_{y2}, \alpha_a$  cu relația (15.3).

Se trasează cercurile de rază  $r_u, r_f, r_{y1}, r, r_{y2}, r_a$  pe discul de hârtie, după determinarea centrului. Se calculează coardele  $\bar{s}_u, \bar{s}_f, \bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_a$  cu relația:

$$\bar{s}_y = 2 \cdot r_y \cdot \sin \frac{s_y}{2r_y} \quad (15.10)$$

Zahnkehne

argumentul fiind în radiani.

Se măsoară pe dentura desenată  $S_u, S_f, S_1, S, S_2, S_a$  și se înregistrează în tabelul 15.2 (ca medie de pe trei dinți) comparându-l cu valorile calculate corespunzătoare.

Se repetă cele de mai sus pentru diferite alte deplasări de profil comparându-se și forma dinților obținuți:

Tabelul 15.2

Nr crl	X [mm]	r <sub>F</sub> [mm]	r <sub>U</sub> [mm]	r <sub>a</sub> [mm]	r <sub>y1</sub> [mm]	r <sub>y2</sub> [mm]	S <sub>U</sub> [mm]	S <sub>F</sub> [mm]	S <sub>1</sub> [mm]	S [mm]	S <sub>2</sub> [mm]	S <sub>a</sub> [mm]
1	+											
2	0											
3	-											

Continuare

$\bar{S}_U$		$\bar{S}_F$		$\bar{S}_1$		$\bar{S}$		$\bar{S}_2$		$\bar{S}_a$	
calc	măs	calc	măs	calc	măs	calc	măs	calc	măs	calc	măs

Orientativ se redă figura 15.5 cu desen construit conform celor anterior prezentate.